Lite symmetrier

Vi utgår från att de *kommutativa* och *distributiva* lagarna gäller, *dvs* $ab=ba$ resp. $a(b+c)=ab+ac$.

Vi skall först utveckla $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$

Vi skall multiplicera ”alla med alla”. Då blir

$(a+b)(a+b)(a+b) = a^3 +..\ a^2 b + \ldots$

Vad skall det stå framför $a^2 b$? Jo, naturligtvis talet 3, eftersom vi har tre st b, som alla tre är likvärda, dvs inget av dem är finast, vi skall vara ”rättvisa”, ”demokratiska”.

Alltså:

$(a+b)(a+b)(a+b) = a^3 + 3a^2 b + \ldots$

Nu behöver vi inte <u>räkna</u> mer! Symmetrin, ”rättvisan o s v ” ger direkt slutresultatet $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3\,ab^2 + b^3$ ($ab=ba$ är använt.)

Vad blir då $(a-b)^3$ Vi utgår igen från att $ab = ba$

Analogt med $(a+b)^3$ får man $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Vad blir då $(a-b)^2$?

Vad blir $(a+b+c)^2$?

Symmetri ger direkt att $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$.

Nu till $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3 b + ?\ a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$, vilket vi får direkt, analogt med ovan.

Vad skall stå i stället för frågetecknet?

Bekvämt är att använda $(a+b)^4 = (a^2 + \underline{2ab} + b^2)(a^2 + \underline{2ab} + b^2)$,.

På vilka sätt kan vi här få a^2b^2 ?

Först $2ab \cdot 2ab = 4a^2b^2$, men vi ha ju också $a^2 \cdot b^2$ ur t<u>vå</u> parenteser.

Alltså till slut: $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6\,a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

För högre exponenter är det enklare att använda binomialteoremet.