

Roliga bråk

Grundtanken för "Roliga bråk" är att eleverna skall lära sig upptäcka, titta efter, "saker" som kan göra beräkningarna enkla. Det gäller då att inte multiplicera samman nämnarna på ett tidigt stadium utan att vänta till sista ledet för eventuella förkortningsmöjligheter!

Finns mer än två bråk gäller det för eleven att välja ut de två som ser ut att ge enklaste beräkningar. Att söka kombinera mer än två bråk i taget leder oftast till merarbete och sämre överskådlighet!

Jag rekommenderar att man tar fram minsta gemensamma nämnare genom att **jämföra** de två aktuella bråkens nämnare.

Det är bra om eleverna skriver ut alla detaljer i beräkningarna innan de fått rutin.

För att få in elever på tankebanorna ovan, som för de flesta elever känns ovana, erfordras att läraren går igenom några exempel innan eleven börja arbeta självständigt.

Med detta arbetssätt får eleverna bättre känsla för bråk och dessutom viss vana vid att sträva efter att upptäcka enkelheter i matematiken.

Alla uppgifter skall förenklas mest möjligt.

Vi startar med några illustrerande exempel.

a)

$$\begin{aligned} \frac{120}{63} + \left(-\frac{72}{28}\right) &= \frac{3 \cdot 40}{9 \cdot 7} + \left(-\frac{8 \cdot 9}{4 \cdot 7}\right) = \frac{40}{3 \cdot 7} + \frac{(-18)}{3 \cdot 7} = \frac{40}{3 \cdot 7} + \frac{(-18) \cdot 3}{3 \cdot 7} = \\ &= \frac{40 + (-54)}{3 \cdot 7} = \frac{(-14)}{3 \cdot 7} = \left(-\frac{2}{3}\right) \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{5}{44} + \frac{11}{4} + \frac{9}{66} &= \frac{5}{2 \cdot 22} + \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 22} + \frac{11}{4} = \frac{5}{2 \cdot 22} + \frac{3}{22} + \frac{11}{4} = \frac{5}{2 \cdot 22} + \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 22} + \frac{11}{4} = \frac{5+6}{4 \cdot 11} + \frac{11}{4} = \\ &= \frac{11}{4 \cdot 11} + \frac{11}{4} = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \frac{1+11}{4} = 3 \end{aligned}$$

Observera här att vi först valt att addera de bråk tal med varandra som ser ut att ge de lättaste beräkningarna och på så sätt kunnat förkorta på ett tidig stadium. Vidare har vi inte multiplicerat ihop talen i nämnarna förrän i sista steget.

Uppgifter

$$\underline{\text{B1}} \quad \frac{44440}{22220} + \frac{(-306)}{918}$$

$$\underline{\text{B2}} \quad \frac{36}{68} + \frac{(-6)}{51} + \frac{43}{86}$$

$$\underline{\text{B3}} \quad \frac{25}{208} + \frac{8}{64} + \frac{(-3)}{52}$$

$$\underline{\text{B4}} \quad \frac{134}{268} + \frac{(-6)}{57} + \frac{2}{19}$$

$$\underline{\text{B5}} \quad \frac{28}{184} + \left(-\frac{100}{250}\right) + \frac{24}{69} + \frac{14}{35}$$

$$\underline{\text{B6}} \quad \frac{18}{85} + \frac{(-52)}{39} + \frac{4}{(-51)} + \frac{104}{78}$$

$$\underline{\text{B7}} \quad \frac{13}{42} + \frac{6}{16} + (-1) + \frac{5}{8} + \frac{(-2)}{63}$$

$$\underline{\text{B8}} \quad \left(-\frac{58}{92}\right) + \frac{132}{99} + \frac{55}{69}$$

$$\underline{\text{B9}} \quad \frac{3}{(-4)} + \left(-\frac{3}{10}\right) + \frac{(-3)}{15}$$

$$\underline{\text{B10}} \quad \frac{7}{21} + \left(-\frac{4}{12}\right) + \frac{5}{2}$$

$$\text{B11} \quad \frac{17}{29} + \frac{5}{126} + \frac{7}{87} + \frac{3}{189}$$

$$\text{B12} \quad \left(-\frac{26}{305}\right) + \left(-\frac{4}{45}\right) + \frac{12}{427}$$

$$\text{B13} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\text{B14} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

Mellanspel

I bråket $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52}$ skall vi välja a så att vi kan förkorta med 13, när vi skrivit B på ett bråkstreck. Vi får:

$$B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{25}{4 \cdot 52} + \frac{4 \cdot a}{4 \cdot 52} = \frac{25}{4 \cdot 52} + \frac{4a}{4 \cdot 52} = \frac{25 + 4a}{4 \cdot 52} = \frac{25 + 4a}{4 \cdot 4 \cdot 13} \Rightarrow 25 + 4a = 13 \Rightarrow 4a = (-12) \Rightarrow a = (-3)$$

Alltså:

$$B = \frac{25}{208} + \frac{(-3)}{52}$$

B15 Bestäm något a så att man kan förkorta med 21 i $B = \frac{13}{42} + \frac{a}{63}$ då B skrivits på ett bråkstreck.

B16 Bestäm a så att man kan förkorta med 17 i $B = \frac{7}{34} + \frac{a}{85}$ då B skrivits som ett enda bråk.

Mellanspel igen

Sätt $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{2 \cdot b}{4 \cdot 52}$ med $b \neq 1$. Då får vi $25 + 4a = 13b \Rightarrow a = \frac{13b + (-25)}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow b$ är udda tal, ty $a \in \mathbf{Z}$.

Prova några olika b :

1) $b = 3 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot 3 + (-25)}{4} = \frac{14}{4} \notin \mathbf{Z}$

2) $b = 5 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot 5 + (-25)}{4} = \frac{40}{4} \Rightarrow \underline{a = 10 \in \mathbf{Z}}$.

3) $b = (-1) \Rightarrow a = \frac{13 \cdot (-1) + (-25)}{4} = \frac{(-38)}{4} \notin \mathbf{Z}$

4) $b = (-3) \Rightarrow a = \frac{13 \cdot (-3) + (-25)}{4} = \frac{(-64)}{4} \Rightarrow \underline{a = (-16) \in \mathbf{Z}}$

B17 Bestäm några andra b och a i $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{2 \cdot b}{4 \cdot 52}$ p s s som ovan.

B18 Bestäm några olika a och b , så att man kan förkorta med 7 i

$$B = \frac{a}{14} + \frac{b}{21}$$

Roliga bråk. Lösningar.

$$\underline{\text{B1}} \quad \frac{44440}{22220} + \frac{(-306)}{918} = \frac{2 \cdot 22220}{22220} + \frac{(-1) \cdot 306}{3 \cdot 306} = 2 + \frac{(-1)}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} + \frac{(-1)}{3} = \frac{6 + (-1)}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\underline{\text{B2}} \quad \frac{36}{68} + \frac{(-6)}{51} + \frac{43}{86} = \frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 17} + \frac{(-2) \cdot 3}{3 \cdot 17} + \frac{43 \cdot 1}{43 \cdot 2} = \frac{9}{17} + \frac{(-2)}{17} + \frac{1}{2} = \frac{9 + (-2)}{17} + \frac{1}{2} = \frac{7}{17} + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{7 \cdot 2}{17 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 17}{2 \cdot 17} = \frac{14 + 17}{2 \cdot 17} = \frac{31}{2 \cdot 17} = \frac{31}{34}$$

$$\underline{\text{B3}} \quad \frac{25}{208} + \frac{8}{64} + \frac{(-3)}{52} = \frac{25}{4 \cdot 52} + \frac{1}{8} + \frac{(-3)}{52} = \frac{25}{4 \cdot 52} + \frac{(-3) \cdot 4}{52 \cdot 4} + \frac{1}{8} = \frac{25 + (-12)}{52 \cdot 4} + \frac{1}{8} = \frac{13}{4 \cdot 13 \cdot 4} + \frac{1}{8} =$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 4} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 8} = \frac{1 + 2}{2 \cdot 8} = \frac{3}{16}$$

$$\underline{\text{B4}} \quad \frac{134}{268} + \frac{(-6)}{57} + \frac{2}{19} = \frac{134}{2 \cdot 134} + \frac{3 \cdot (-2)}{3 \cdot 19} + \frac{2}{19} = \frac{1}{2} + \frac{(-2)}{19} + \frac{2}{19} = \frac{1}{2} + \frac{2 + (-2)}{19} = \frac{1}{2} + \frac{0}{19} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\text{B5}} \quad \frac{28}{184} + \frac{(-100)}{250} + \frac{24}{69} + \frac{14}{35} = \frac{4 \cdot 7}{4 \cdot 46} + \frac{(-2) \cdot 50}{5 \cdot 50} + \frac{3 \cdot 8}{3 \cdot 23} + \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{7}{23 \cdot 2} + \frac{8}{23} + \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{2}{5} =$$

$$= \frac{7 + 2 \cdot 8}{2 \cdot 23} + 0 = \frac{23}{2 \cdot 23} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\text{B6}} \quad \frac{18}{85} + \frac{(-52)}{39} + \frac{4}{(-51)} + \frac{104}{78} = \frac{2 \cdot 9}{5 \cdot 17} + \frac{(-4) \cdot 13}{3 \cdot 13} + \frac{(-4)}{3 \cdot 17} + \frac{13 \cdot 4}{13 \cdot 3} = \frac{18 \cdot 3}{5 \cdot 17 \cdot 3} + \frac{(-4) \cdot 5}{3 \cdot 17 \cdot 5} + \frac{(-4)}{3} + \frac{4}{3} =$$

$$= \frac{54 + (-20)}{3 \cdot 17 \cdot 5} + \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{4}{3} = \frac{34}{3 \cdot 17 \cdot 5} + 0 = \frac{2 \cdot 17}{3 \cdot 17 \cdot 5} = \frac{2}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{B7} \quad \frac{13}{42} + \frac{6}{16} + (-1) + \frac{5}{8} + \frac{(-2)}{63} &= \frac{13}{6 \cdot 7} + \frac{3}{8} + (-1) + \frac{5}{8} + \frac{(-2)}{9 \cdot 7} = \frac{13}{2 \cdot 3 \cdot 7} + \frac{(-2)}{3 \cdot 3 \cdot 7} + (-1) + \frac{3+5}{8} = \\ &= \frac{13 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3} + \frac{(-2) \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2} + (-1) + 1 = \frac{39 + (-4)}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} + 0 = \frac{35}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B8} \quad \left(-\frac{58}{92}\right) + \frac{132}{99} + \frac{55}{69} &= \left(-\frac{2 \cdot 29}{4 \cdot 23}\right) + \frac{3 \cdot 44}{3 \cdot 33} + \frac{5 \cdot 11}{3 \cdot 23} = \frac{(-2) \cdot 29 \cdot 3}{4 \cdot 23 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 11 \cdot 4}{3 \cdot 23 \cdot 4} + \frac{4 \cdot 11}{3 \cdot 11} = \\ &= \frac{(-174) + 220}{3 \cdot 4 \cdot 23} + \frac{4}{3} = \frac{46}{3 \cdot 4 \cdot 23} + \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 23}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 23} + \frac{4}{3} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{1+8}{2 \cdot 3} = \frac{9}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B9} \quad \frac{(-3)}{4} + \left(-\frac{3}{10}\right) + \frac{(-3)}{15} &= (-3) \cdot \frac{1}{4} + (-3) \cdot \frac{1}{10} + (-3) \cdot \frac{1}{15} = (-3) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) = \\ &= (-3) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5 \cdot 2}\right) = (-3) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3+2}{2 \cdot 3 \cdot 5}\right) = (-3) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2 \cdot 5 \cdot 3}\right) = (-3) \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}\right) = \\ &= (-3) \cdot \left(\frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 3}\right) = (-3) \cdot \frac{3+2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = (-1) \cdot 3 \cdot \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 3} = (-1) \cdot \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \left(-\frac{5}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\text{B10} \quad \frac{7}{21} + \left(-\frac{4}{12}\right) + \frac{5}{2} = \frac{7}{3 \cdot 7} + \left(-\frac{4}{4 \cdot 3}\right) + \frac{5}{2} = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{2} = 0 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{B11} \quad \frac{17}{29} + \frac{5}{126} + \frac{7}{87} + \frac{3}{189} &= \frac{17}{29} + \frac{5}{9 \cdot 14} + \frac{7}{3 \cdot 29} + \frac{3}{3 \cdot 63} = \frac{17 \cdot 3}{29 \cdot 3} + \frac{7}{29 \cdot 3} + \frac{5}{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7} + \frac{1}{9 \cdot 7} = \\ &= \frac{51+7}{3 \cdot 29} + \frac{5}{9 \cdot 7 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 2}{9 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{58}{3 \cdot 29} + \frac{5+2}{9 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 29}{3 \cdot 29} + \frac{7 \cdot 1}{7 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \\ &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{12+1}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{13}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B12} \quad & \left(-\frac{26}{305}\right) + \left(-\frac{4}{45}\right) + \frac{12}{427} = \left(-\frac{26}{5 \cdot 61}\right) + \frac{12}{7 \cdot 61} + \left(-\frac{4}{45}\right) = \frac{(-26) \cdot 7}{5 \cdot 61 \cdot 7} + \frac{12 \cdot 5}{7 \cdot 61 \cdot 5} + \frac{(-4)}{45} = \\
 & = \frac{(-182) + 60}{7 \cdot 61 \cdot 5} + \frac{(-4)}{45} = \frac{(-122)}{5 \cdot 7 \cdot 61} + \frac{(-4)}{45} = \frac{(-2) \cdot 61}{5 \cdot 7 \cdot 61} + \frac{(-4)}{45} = \frac{(-2)}{5 \cdot 7} + \frac{(-4)}{5 \cdot 9} = \\
 & = \frac{(-2) \cdot 9}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{(-4) \cdot 7}{5 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{(-18) + (-28)}{5 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{(-46)}{5 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{(-2) \cdot 13}{5 \cdot 7 \cdot 9} = \left(-\frac{46}{315}\right)
 \end{aligned}$$
