# Introduktion till likformighet

Start.

I figur 1. nedan är E, F, och D mittpunkter, dvs att skalfaktorn är 2, vilket medför att man kan skriva in exakt 4 st kongruenta trianglar i triangeln ABC. Men om punkten E delar sin sida i förhållandet $\sqrt{8}/\sqrt{3}$ kan man ju inte rita in ett exakt antal deltrianglar. Vad har då ett sådant delningsförhållande, skalfaktor för mening? För att utreda detta är det lämpligt att introducera likformighet med hjälp av areabegreppet.

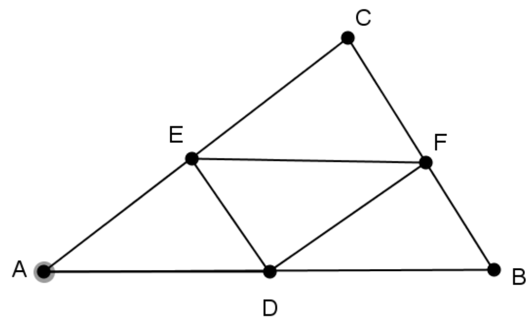



Fig. 1

Vi börjar med en

**Uppgift:**

Vad tror du gäller om areorna av parallellogrammerna ABCD och CEFG i fig.2? Punkten E ligger på diagonalen RS i parallellogrammen ARFS och är gemensam för de fyra mindre parallellogrammerna.

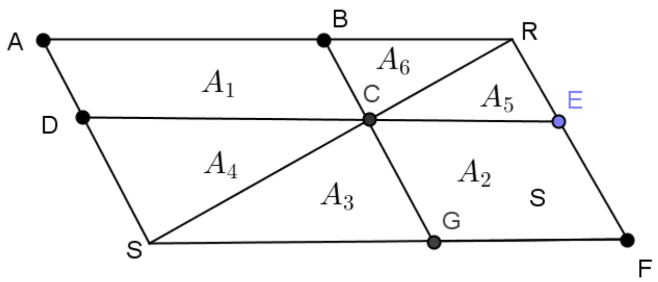



Fig. 2

Bevisa din gissning! Du behöver inte räkna alls! Du kan använda symmetri!

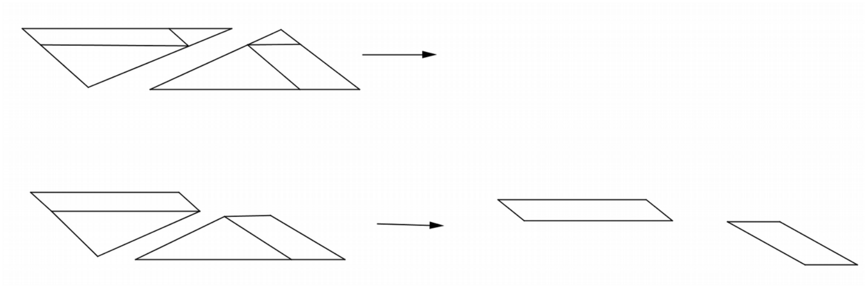
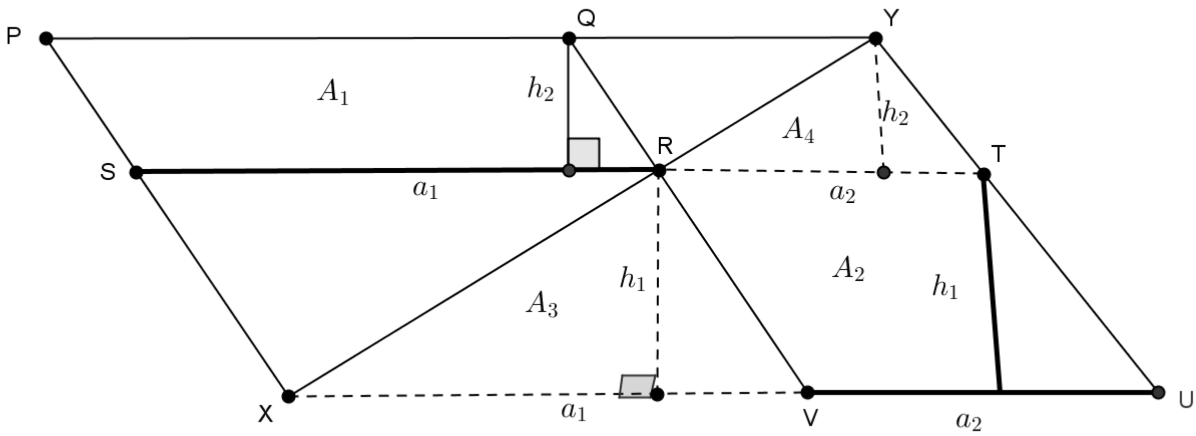


Fig. 3

Princip för beviset:
Vi subtraherar från två lika stora areor lika stora delareor från dessa hälfter, vilket medför att resterna är lika stora.

Nu till likformigheten,

## Likformighet.




$$A_1 = A_2 \Leftrightarrow a_2 \cdot h_1 = a_1 \cdot h_2 \Leftrightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

(1)

Parallella sträckor visar att $\Delta XRV \quad \Delta RYT$ .

Vi beräknar deras areor:

$$A_3 = \frac{a_1 \cdot h_1}{2} \text{ och } A_4 = \frac{a_2 \cdot h_2}{2} \Rightarrow \frac{A_3}{A_4} = \frac{a_1 \cdot h_2}{a_2 \cdot h_2} = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$$

Analoga resonemang ger direkt att $\frac{A_3}{A_4} = \text{¿} \quad \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 = \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 = \text{¿} \quad \dots$ (2)

där b:na och c:na står för övriga sidor samt h:na står för höjderna.

(1) och (2) ger att $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \text{¿} \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{h_1}{h_2} = \dots$ för övriga höjder.

Kvoten $\frac{a_1}{a_2}$ kallas **längdskalan,** Kvoten $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$ kallas **areaskalan,** som alltså blir **kvadraten på längskalan.**

I 3 dimensioner får vi, analogt med areaskalan, **volymskalan = kuben på längdskalan** =

= kvoten $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$

Fördelen med att introducera likformighet via areor är att skalorna för likformiga figurer även gäller för alla <u>reella</u> tal. Detta naturligtvis om reella tal är meningsfyllda för längder, areor och volymer.